Osztott rendszerek analízise

Színezett Petri hálók

Tejfel Máté

Bevezetés

Közönséges Petri hálók

- nincs típusfogalom,
- egyfajta token,
- tokenhalmazok.

Színezett Petri hálók

- színes tokenek – "típus",
- vizsgálható, módosítható,
- token zsákok.

Színezett Petri hálók

Deklarációk:

Típusok	$PH \;=\; \{1, .., N\}$ $FORKS \;=\; \{1, .., N\}$
Függvények	$FORKS\ left(PH\ x) \;=\; x$ $FORKS\ right(PH\ x) \;=\; (x\%N) + 1$
Változók	$p :: PH$
Konstansok	$N \;=\; 5$

Színezett Petri hálók

Helyek:

- név,
- színosztály (lehetséges tokenek),
- kezdeti súlyozás (token zsák).

Átmenetek:

- név,
- őrfeltétel.

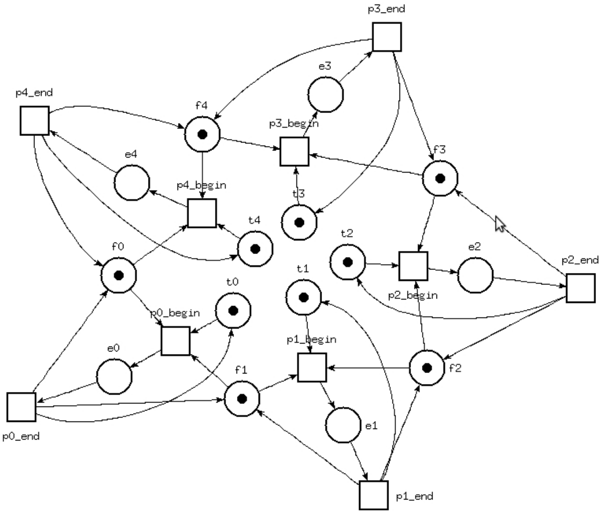
Élek:

- Élkifejezés (értéke token zsák).

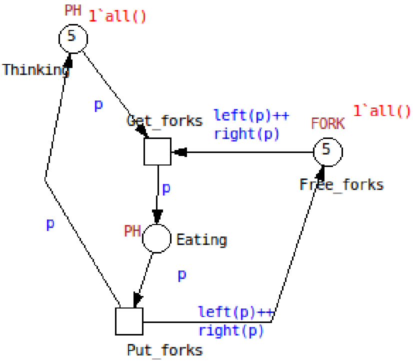
Osztott rendszerek analízise

Tejfel Máté

Étkező filozófusok
közönséges Petri háló



Étkező filozófusok színezett Petri háló



Működés

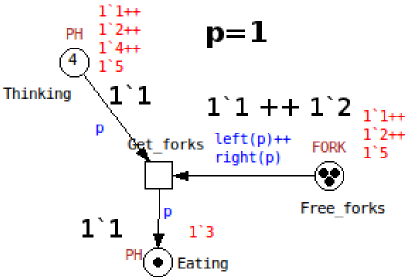
Lekötés: változókhoz érték hozzárendelés.
Lekötési elem (t, b) pár, ahol t egy átmenet b pedig egy (t változóira vonatkozó) lekötés.
Például: $(Get\_forks, < p = 2 >)$.

Egy lekötési elem által meghatározott lépés engedélyezett akkor és csak akkor, ha:

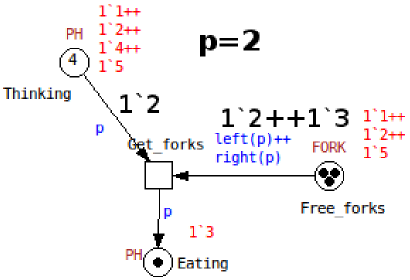
- minden a t átmenetet megelőző helyen van elegendő (megfelelő színű) token,
- t őrfeltétele igaz.

Az engedélyezett lépéseket egymással konkurensen is végrehajthatjuk, ha a két lépéshez együtt is van elegendő erőforrásunk (kellő mennyiségű, megfelelő színű token a megelőző helyeken).

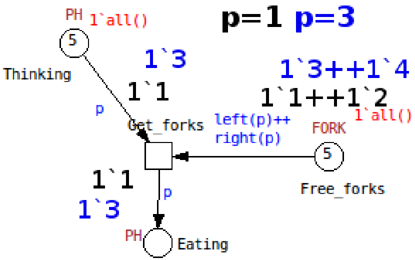
Engedélyezett lépés



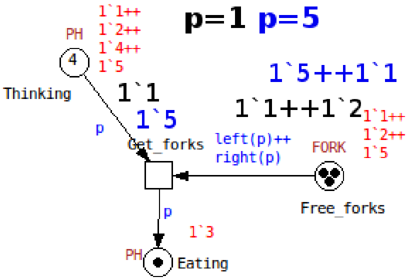
Nem engedélyezett lépés



Konkurrencia



Konfliktus


p=1 p=5
1`1++
1`2++
1`4++
1`5
PH
4
Thinking
1`1
1`5
p
1`5++1`1
1`1++1`2
1`1++
1`2++
1`5
left(p)++
right(p)
FORK
Get_forks
Free_forks
p
1`3
PH
Eating

Formális definíció

Definíció (A színezett Petri háló)

$CPN = (\Sigma, P, T, A, N, C, G, E, I)$ egy rendezett n-es, melyre teljesül, hogy:

(a) Σ típusok (színhalmazok) véges, nem üres halmaza,

(b) P helyek véges halmaza,

(c) T átmenetek véges halmaza,

(d) A élek véges halmaza, melyre: $P \cap T = P \cap A = T \cap A = \emptyset$

(e) N egy csúcs függvény: $(N :: A \rightarrow P \times T \cup T \times P)$

(f) C egy szín függvény: $(C :: P \rightarrow \Sigma)$

Formális definíció/2

(g) G egy őrfeltétel függvény, amely az átmenetekhez logikai kifejezéseket rendel:
$\forall t \in T : [Type(G(t)) = Bool \wedge Type(Var(G(t))) \subseteq \Sigma]$

(h) E egy élkifejezés függvény, melyre: $\forall a \in A$:
$[Type(E(a)) = C(p(a))_{MS} \wedge Type(Var(E(a))) \subseteq \Sigma]$
ahol $p(a)$ az $N(a)$-ban szereplő hely.

(i) I egy inicializáló függvény, melyre:
$\forall p \in P : [Type(I(p)) = C(p)_{MS}]$

Megjegyzés

X_{MS} az X-beli elemek zsákját jelöli (multi-set).

Definíció (Lépés)

Formálisan egy lépés a lekötési elemek egy zsákja.

Definíció (Engedélyezett lépés)

Egy Y lépés engedélyezett egy M súlyozás mellett, ha:

$\forall (t, b) \in Y : G(t)\langle b\rangle = True$, valamint

$$\forall p \in P : \sum_{(t,b)\in Y} E(p, t)\langle b\rangle \leq M(p)$$

Definíció

Ha egy Y lépés engedélyezett egy adott M súlyozás mellett, akkor végrehajthatjuk. A végrehajtás eredményeképpen a következő M_2 súlyozás jön létre:

$$\forall p \in P : M_2(p) =$$
$$(M_1(p) - \sum_{(t,b)\in Y} E(p, t)\langle b\rangle) + \sum_{(t,b)\in Y} E(t, p)\langle b\rangle$$

Megjegyzés (Jelölés)

Azt, hogy M_1-ből az Y lépés hatására M_2-be jutunk a következőképp jelölhetjük: $M_1 [Y> M_2$
Ilyenkor azt mondjuk, hogy M_2 közvetlenül elérhető M_1-ből.

Definíció (Végrehajtási sorozat)

Súlyozások és lépések megfelelő sorozata:
$M_1 [Y_1> M_2 [Y_2> M_2 \ldots M_n [Y_n> M_{n+1}$

Definíció (Elérhetőség)

M_{n+1} *elérhető* M_1*-ből, ha*
$\forall i \in [1..n] : \exists Y_i : M_i [Y_i> M_{i+1}$,
azaz létezik végrehajtási sorozat M_1 *és* M_{n+1} *között.*